

Maike Mentrop, Lina Kortüm, Stephan Hußmann, Anke Hußmann & Marcus Nührenbörger

## Das Projekt ForMeL – Ein förderorientiertes Diagnostikkonzept zur kombinierten Erfassung mathematischer Kompetenzen sowie des Leseverständnisses bei multiplikativen Textaufgaben

### Zusammenfassung

Ein Ziel des Mathematikunterrichts ist es, Lernenden Mathematik anwendungsorientiert und mit konkretem Bezug auf ihre Erfahrungswelt zu vermitteln. Eine solche Anwendungsorientierung kann in Sachkontexten mathematischer Textaufgaben eröffnet werden, deren Bearbeitung allerdings zahlreiche Kompetenzen erfordert. Eine zentrale Rolle dabei spielt die Lesekompetenz. Am Ende der Grundschulzeit zeigt jedoch ein – in den letzten Jahren stetig zunehmender – signifikanter Anteil an Kindern in Deutschland neben unterdurchschnittlichen mathematischen Kompetenzen auch ein unzureichendes Niveau in den hierarchisch höheren Lesekompetenzen (Selter, Walter, Heinze, Brandt & Jentsch, 2020; McElvany et al., 2023). Das Ziel des Projekts *Förderbezogene Diagnose in Mathematik inklusive Lesen* (ForMeL)<sup>1</sup> ist die Entwicklung, Erprobung und Bereitstellung eines förderorientierten Diagnostikinstrumentes, mit dem Verstehenschwierigkeiten in der Bearbeitung von mathematischen Textaufgaben erkannt werden. Das Diagnostik- und Fördermaterial fokussiert die Grundrechenart Multiplikation und ist auf Lernende im Übergang von der Grund- zur Sekundarstufe in inklusiven Schulen zugeschnitten. Das förderdiagnostische Instrument wurde von 2022 bis 2024 im Rahmen der fachdidaktischen Entwicklungsforschung empirisch erarbeitet und stetig weiterentwickelt. Der bereits in einigen Studien nachgewiesene positive Zusammenhang zwischen den mathematischen Kompetenzen und den Kompetenzen hinsichtlich des Leseverständnisses kann auch hier bestätigt werden. Die Ergebnisse des Diagnostiktests erlauben die Identifizierung konkreter Förderbereiche, die in einer Förderkartei in individuellen Lernpfaden aufgegriffen werden. Nach Abschluss des Projekts werden die Materialien öffentlich zugänglich zur Verfügung gestellt.

*Schlüsselworte:* Diagnose, Förderung, Textaufgaben, Multiplikation, Leseverständnis

### Abstract

One of the goals of mathematics education is to teach students mathematics in an application-oriented manner with concrete reference to their own experiences. Such an application orientation can be opened up in the real-world contexts of mathematical word problems, the solving of which requires numerous competencies. Reading comprehension plays a central role in this. However, at the end of primary school, a significantly increasing proportion of children in Germany have shown below-average mathematical competencies and an insufficient level of higher-order reading comprehension skills (Selter, Walter, Heinze, Brandt & Jentsch, 2020; McElvany et al., 2023). The goal of the project *Support-Oriented Diagnosis in Mathematics Including Reading* (ForMeL) is to develop, test, and provide a support-oriented diagnostic tool to identify comprehension difficulties in solving mathematical word

---

1 Das Projekt wurde vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) unter dem Förderkennzeichen 01NV2113 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autor:innen.

problems. The diagnostic and support material focuses on the basic arithmetic operation of multiplication and is tailored to students transitioning from primary to secondary school in inclusive schools. The support-diagnostic instrument was empirically developed and continuously refined from 2022 to 2024 as part of subject-specific educational research. The positive correlation between mathematical competencies and reading comprehension skills, already demonstrated in several studies, can also be confirmed here. The results of the diagnostic test allow the identification of specific areas for support, which are addressed in individual learning paths through support cards. Upon completion of the project, the materials will be made publicly available.

*Keywords:* Diagnosis, support, word problems, multiplication, reading comprehension

## 1. Vorstellung des Projekts

Textaufgaben und ihre Bereitstellung sind ein Bestandteil des Mathematikunterrichts. Allerdings kann dieser Aufgabentyp für Lernende herausfordernd sein (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen ist bedeutsam, da die sprachlichen Kompetenzen für die Entwicklung des mathematischen Verständnisses wesentlich sind und als Prädiktor für den Lernzuwachs gelten (Mann Koepke & Miller, 2013; Prediger, Kuzu, Schüler-Meyer & Wagner, 2019). Für eine erfolgreiche Bearbeitung von Textaufgaben sind neben der Lesekompetenz weitere Kompetenzen notwendig. Vorwissen muss genutzt werden, um die in der Textaufgabe präsentierten Informationen in ein Situationsmodell zu transferieren (Wilhelm, 2016). Die Lernenden müssen sich auf wesentliche Informationen konzentrieren und irrelevante Details herausfiltern. Relevante Größen sind mit mathemathikhaltiger Sprache und entsprechenden Rechenoperationen in Beziehung zu setzen. Mathematisch gehaltvolle Wörter wie ‚pro‘ oder ‚jeder‘ können bei der Bearbeitung multiplikativer Textaufgaben verstehensrelevant sein. Mit Bezug zur Fragestellung und der gegebenen Situation soll ein Ergebnis bestimmt, überprüft und interpretiert werden. Empirische Studien zeigen, dass beinahe jeder Bearbeitungsschritt potenzielle Schwierigkeiten birgt (Galbraith & Stillman, 2006; Verschaffel et al., 2000) und es daher einer gezielten Unterstützung bedarf.

Für die Planung wirksamer Lehr- und Lernprozesse ist es erforderlich, die individuellen Lernvoraussetzungen zu berücksichtigen. Dies schließt kognitive Kompetenzen ebenso wie das Erfahrungs- und Weltwissen der Lernenden ein. Entscheidend ist, diese entsprechend zu verknüpfen und aufeinander abzustimmen, da sonst Diagnosen ineffektiv und Fördermaßnahmen zu allgemein bleiben (Hußmann & Selter, 2013; Moser Opitz & Nührenbörger, 2023). Diagnostik und Förderung müssen also auf mathematische Kompetenzen und auf das Leseverständnis, welches die Basis für den Zugang zu den Sachkontexten in Textaufgaben bildet, fokussieren.

In der Grundschule lernen Kinder vier zentrale Rechenoperationen, die auch in Textaufgaben in unterschiedlichen Sachkontexten zur Anwendung kommen. Das Lösen von Textaufgaben ist eng mit der Erschließung des fachlichen Gegenstands verbunden. Im Rahmen des Projekts ForMeL wurden Aufgaben zur Multiplikation entwickelt und erprobt. Die Fähigkeit, multiplikativ zu denken, ist eine zentrale Vo-

raussetzung für weiteres Lernen im Mathematikunterricht (Prediger, Leuders, Barzel & Hußmann, 2013). Empirische Ergebnisse zeigen jedoch, dass viele Lernende am Ende der Grundschulzeit keine oder nur unzureichende Grundvorstellungen der Multiplikation aufweisen (Selter, Walter, Heinze, Brandt & Jentsch, 2020).

Das Projekt ForMeL setzt hier an: Es entwickelt und erforscht eine kombinierte Diagnostik und Förderung von Kompetenzen zur Bearbeitung multiplikativer Textaufgaben für Lernende im vierten und fünften Jahrgang. Im Fokus stehen insbesondere Kinder, die Schwierigkeiten im sinnentnehmenden Lesen und/oder multiplikativen Denken haben. Das Material reagiert auf die Einschränkungen vieler bestehender Diagnostikinstrumente, die oft nur Kompetenzen eines Faches berücksichtigen und/oder sprachlich nicht fachgerecht aufgebaut sind. Die Erkenntnisziele umfassen eine detaillierte Beurteilung des Zusammenhangs von Kompetenzen in Lesen und Mathematik, mit besonderer Berücksichtigung unterschiedlich verwendeter Darstellungen und sinnstiftender Kontexte, um spezifische Fördermaßnahmen in mathematischen Textaufgaben zu entwickeln. Das Projekt legt einen besonderen Fokus auf die individuellen fachlichen Lernvoraussetzungen, Potenziale und Bedürfnisse der Lernenden im Übergang von der Grundschule zur Sekundarstufe. Im Sinne eines weiten Inklusionsverständnisses (Lütje-Klose & Neumann, 2018) richtet sich die Entwicklung der Materialien an alle Lernende und kann an individuelle Bedarfe angepasst werden.

Das Forschungsprojekt gliedert sich in drei Phasen:

1. Entwicklung: Entwicklung des förderbezogenen Diagnostikkonzepts und entsprechender Materialien (ForMeL-Konzept),
2. Forschung: Analyse der Lernprozesse, Kompetenzentwicklungen und Verstehensschwierigkeiten der Lernenden bei der Bearbeitung von Textaufgaben,
3. Dissemination: Schulformspezifische Umsetzung des ForMeL-Konzepts.

Der vorliegende Beitrag fokussiert die ersten beiden Projektphasen und beleuchtet die folgenden Forschungsfragen:

F1: Wie sieht ein förderbezogenes Diagnostikkonzept und Design aus, das mathematische und Kompetenzen hinsichtlich des Leseverständnisses kombiniert identifiziert und adaptive Fördermaßnahmen bereitstellt?

F2: Welche Zusammenhänge bestehen zwischen mathematischen Kompetenzen und Kompetenzen hinsichtlich des Leseverständnisses bei der Bearbeitung von Textaufgaben?

F3: Wie verlaufen die Lernprozesse beim Umgang mit den entwickelten Fördermaterialien und welche Verstehensschwierigkeiten und Kompetenzen werden sichtbar?

### Forschungsdesign und Methoden

Der Diagnostiktest wurde auf Basis fachdidaktischer Entwicklungsforschung (Hußmann, Thiele, Hinz, Prediger & Ralle, 2013) entwickelt: Zuerst wurde der Lerngegenstand zum multiplikativen Denken und sinnentnehmenden Lesen spezifiziert und strukturiert. Daraufhin wurde das Design entwickelt. Dieses wurde in der Entwicklungsphase mehrfach in zyklisch aufeinander aufbauenden Designexperimenten erprobt. Es wurden sowohl leitfadengestützte Interviews als auch schriftliche Klassen- und Jahrgangsstufenerhebungen mit Kindern des vierten und fünften Jahrgangs durchgeführt (Abb. 1). Vor dem Einsatz des Diagnostiktests fanden zwei Vortestungen statt: Das Leseverständnis wurde mithilfe von ELFE II (Lenhard, Lenhard & Schneider, 2017) und das Operationsverständnis mithilfe einer schriftlichen Standortbestimmung in Anlehnung an die Materialien des Projekts *Mathe sicher können* (Selter, Prediger, Nührenbörger & Hußmann, 2014) erfasst. Auf der Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse wurden sukzessiv Veränderungen am Design vorgenommen. Die Hauptstudie zum final erstellten Test fand im Winter 2023/24 statt ( $N = 177$ ).

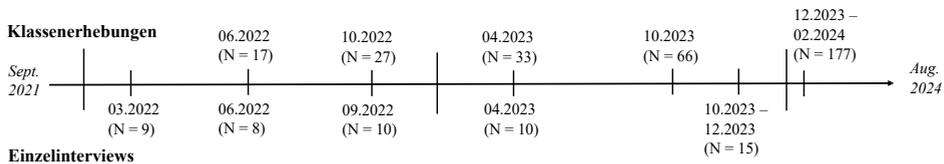


Abbildung 1: Zeitlicher Ablauf der Erhebungen und Designexperimente

Es wurden Aufgaben zu vier Themenkomplexen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden entwickelt (Tab. 2), deren Reliabilitäten insgesamt mit einem Cronbachs-Alpha zwischen .63 und .74 (Tab. 1) in einem moderaten Bereich liegen. Tabelle 1 zeigt Beispieltitems und Lösungen aus dem Themenkomplex *Zeitschrift* mit folgender Textaufgabe: *Eda interessiert sich für Tiere und liest gerne. Sie kauft daher ein Jahr lang jeden Monat eine Tierzeitschrift. Die Zeitschrift kostet 4 Euro. Wie viel gibt Eda für die Zeitschrift in einem Jahr aus?*

Tabelle 1: Auszug aus der Reliabilitätsanalyse der diagnostizierten Kompetenzen der Beispielaufgabe *Zeitschrift* mit Beispielen

Kompetenzen	$\alpha$	Itemanzahl	Beispielitems
Kompetenzen auf kontextueller Ebene (Leseverständnis)			
Erfassen der Bedeutung der Zahl(en) im Kontext	.65	10	<i>Eine Tierzeitschrift kostet <u>mehr als</u> 4€.</i> a) Stimmt der Satz? Kreuze an. b) Unterstreiche die Fehler in den falschen Sätzen.
Erfassen der Bedeutung der Zahlzusammenhänge im Kontext	.68	14	<i>Eda gibt <u>viermal im Monat</u> Geld für eine Tierzeitschrift aus.</i> a) Stimmt der Satz? Kreuze an. b) Unterstreiche die Fehler in den falschen Sätzen.
Erfassen der Bedeutung der Wörter ‚jeweils, jede(r), je, pro‘ im Kontext	.74	10	<i>Eda gibt <u>zwölfmal</u> im Jahr 4€ für eine Zeitschrift aus.</i> a) Stimmt der Satz? Kreuze an. b) Unterstreiche die Fehler in den falschen Sätzen.
Erfassen der Gesamtsituation	.72	10	<i>Eda mag <u>keine</u> Tiere, deswegen kauft sie sich die Zeitschrift.</i> a) Stimmt der Satz? Kreuze an. b) Unterstreiche die Fehler in den falschen Sätzen.
Mathematische Kompetenzen			
Erkennen der mathematisch relevanten Zahlen	.68	8	Wie viel gibt Eda für die Zeitschrift in einem Jahr aus? Rechne aus.
Übersetzen der inhaltlichen Zahlzusammenhänge in passende mathematische Operation(en)	.63	8	Wie viel gibt Eda für die Zeitschrift in einem Jahr aus? Rechne aus.
Erfassen der mathematischen Bedeutung der mathematisch gehaltvollen Wörter ‚jeweils, jede(r) je, pro‘	.73	10	Wie viel gibt Eda für die Zeitschrift in einem Jahr aus? Rechne aus.
Interpretieren des Ergebnisses	.74	6	Wie viel gibt Eda für die Zeitschrift in einem Jahr aus? Schreibe einen Antwortsatz.

Die Förderung mit der zum Test entwickelten Förderkartei wurde im Frühjahr 2024 exemplarisch erprobt und wird aktuell weiterentwickelt. Dazu wurden mit den adaptiven Förderaufgaben über einen Zeitraum von sechs Wochen Designexperimente durchgeführt ( $N = 15$  Kinder, wöchentlich je 45 Minuten). Die Fördersitzungen fanden in Eins-zu-Eins-Situationen statt (zwei Grundschulen, eine weiterführende Schule). Die Aufgaben der entwickelten Förderkartei sind nach den diagnostizierten Kompetenzen mit Fokus auf der mathematischen oder kontextuellen Ebene gegliedert. Die Sitzungen wurden videographiert, transkribiert und zur Weiterentwicklung des Materials ausgewertet.

## 2. Vorstellung der Forschungsergebnisse

Die Ergebnisse werden entlang der drei genannten Forschungsfragen vorgestellt.

### 2.1 Förderbezogenes Diagnostikkonzept und Design zu mathematischen und leseverstehensbezogenen Kompetenzen (F1)

#### 2.1.1 Diagnostiktest

Der Test ist als Einzel- oder Gruppentest durchführbar. Er dauert inklusive Einführung ca. 60 Minuten und umfasst vier verschiedene Themenkomplexe, bestehend aus einer Textaufgabe und zugehörigen Testaufgaben.

Tabelle 2: Vier Themenkomplexe mit dazugehörigem Schwierigkeitsgrad

	mathematisch einfach	mathematisch schwierig
sprachlich einfach	Themenkomplex: Zeitschrift	Themenkomplex: Geschenk
sprachlich schwierig	Themenkomplex: Brezel	Themenkomplex: Stühle

Bei der Entwicklung der Textaufgaben wurden verschiedene Gestaltungsmerkmale berücksichtigt, die den Schwierigkeitsgrad bestimmen. Studien haben Merkmale auf Wort-, Satz- und Textebene identifiziert, die den Schwierigkeitsgrad beeinflussen (Heine et al., 2018). Folgende Auswahl dieser Merkmale wurde getroffen: auf Wortebene mathematisch gehaltvolle Wörter wie ‚pro‘, ‚jeweils‘ oder ‚je‘ (Gerster & Schultz, 2004), auf Satzebene die Verwendung von Nebensätzen (Fricke, 1987; Heine et al., 2018) und die Textkohärenz, die durch Kohäsionsmittel, Passivformulierungen, Thema-Rhema-Strukturen und Kontextsatz aufgebaut wird (Morek & Heller, 2012; Stephany, 2018; Niederhaus, Pöhler & Prediger, 2016).

Der mathematische Anspruch unterscheidet sich nach dem Komplexitätsgrad der zu bearbeitenden Aufgaben, wobei die Textaufgaben als ein- oder mehrschrittig charakterisiert werden (Reusser, 1997). Mit dem Fokus auf das Multiplikationsverständnis wurde der Zahlenraum bis 100 gewählt, um zusätzliche Hürden zu vermeiden.

Fünf weitere Gestaltungsmerkmale beeinflussen sowohl die Textkohärenz als auch den mathematischen Anspruch einer Textaufgabe: (1.) Der Struktursatz, der Hinweise auf die mathematische Bündelungseinheit gibt und die Lesenden auf den Inhalt vorbereitet. (2.) Die Satzstellung, die hinsichtlich der globalen Zusammenhänge variiert. (3.) Die Linearität der mathematischen Informationen, die bei schwierigen Aufgaben insofern beschränkt ist, als dass die benötigten Zahlen im Text nicht in der Reihenfolge angeordnet sind, wie sie für die Rechnung benötigt werden (Dröse, 2019). Zudem werden (4.) bei anspruchsvollen Aufgaben irrelevante Informationen eingebettet, die das Textverständnis erschweren können (Schley & Fujita, 2014). (5.) Der Einsatz eines Zusatztextes bei schwierigen Aufgaben bringt weitere Informa-

tionen und Fragestellungen mit sich, was den Anspruch an das Textverständnis erhöht.

Vor allem aus Gründen, die Auswertung des Tests so einfach wie möglich zu halten, enthält der Test primär geschlossene Aufgabenformate. Lesekompetenzen werden hauptsächlich durch Fehleridentifikations- und Zuordnungsaufgaben erhoben. Für die Diagnostik mathematischer Kompetenzen wurden neben Multiple-Choice aber auch offene Aufgabenformate verwendet, da sich gerade bei komplexen Rechnungen geschlossene Aufgabenformate als ungeeignet erwiesen, weil sie die Vielfalt möglicher Rechenwege nur begrenzt abbilden konnten.

Die Testauswertung erfolgt über eine detaillierte Punkteverteilung der Aufgaben zu den verschiedenen Teilkompetenzen. Diese Bepunktung bildet die Grundlage für die Einordnung zu einem passenden Fördertyp, dem in der Förderkartei entsprechende Förderaufgaben zugeordnet sind.

### 2.1.2 Förderkartei

Die Förderkartei enthält in Anlehnung an die Aufgaben des Diagnostiktests Textaufgaben in vier Schwierigkeitsgraden. Diese berücksichtigen die genannten Gestaltungsmerkmale, um eine passgenaue Förderung basierend auf den Ergebnissen des Diagnostiktests zu ermöglichen (Abschnitt 2.1.1). Drei Aufgabenkategorien werden angeboten: Erarbeitung (E), So geht es (S) und Übung (Ü).

Zunächst wird eine Textaufgabe mit passendem Schwierigkeitsgrad ausgewählt. Die Lernenden beginnen mit einer E-Aufgabe, die mehrere Teilaufgaben zur schrittweisen Bearbeitung der Textaufgabe umfasst: (a) Textverstehen, (b) Bilderstellung, (c) Rechnung aufschreiben und (d) Antwortsatz formulieren. Die Lernenden kontrollieren ihre Lösung selbstständig anhand einer vorgegebenen Lösung und wählen die passende Anschlussaufgabe (Abb. 2).

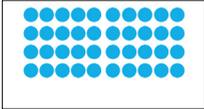
**Beispielaufgabe:** *Die Geschwister Moritz, Stella, Nura und Noah tauschen gerne Sammelkarten. Sie gehen zum Kiosk und kaufen neue Karten. Jedes Kind kauft eine Packung. In einer Packung sind 10 Sammelkarten. Wie viele Sammelkarten kaufen die Geschwister zusammen?*

**Bild erstellen**  
 Ich kann mit wichtigen Informationen ein Bild erstellen, was mir bei der Rechnung hilft.

a) Erstelle zu den unterstrichenen Informationen ein Bild.  
 Es soll dir dabei helfen, die Frage zu beantworten.  
 Male für eine Sammelkarte ●



**Lösungen:**



oder

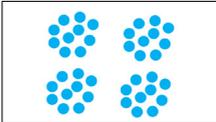


Abbildung 2: Beispielhafte Teilaufgabe mit dem Schwerpunkt *Bild erstellen*

Bei Unsicherheiten oder falschen Lösungen kann jederzeit zu einer S- oder Ü-Aufgabe gewechselt werden. Diese Aufgaben fördern gezielt einzelne Teilkompetenzen. Im Unterschied zur E-Aufgabe wird die fokussierte Teilkompetenz kleinschrittiger und mit spezifischen Unterstützungsoptionen erarbeitet oder geübt. Je nach Erfolg kann zur ursprünglichen oder einer weiteren E-Aufgabe gewechselt werden. Nach der Bearbeitung einer Teilaufgabe gibt es somit verschiedene Möglichkeiten zum weiteren Vorgehen: Weiterarbeit im Rahmen einer S-Aufgabe, einer anknüpfenden Ü-Aufgabe oder der nächsten Teilaufgabe der E-Aufgabe. Nach erfolgreichem Abschluss aller Teilaufgaben einer E-Aufgabe kann dann auch eine Textaufgabe höheren Schwierigkeitsgrads gewählt werden.

## 2.2 Zusammenhänge zwischen mathematischen und leseverstehensbezogenen Kompetenzen (F2)

Zur Ermittlung der Zusammenhänge zwischen Kompetenzen in mathematischen Teilbereichen und Bereichen des Leseverständnisses wurde auf Basis der Hauptstudie ( $N = 177$ ) eine Korrelationsmatrix erstellt. Es zeigen sich ausschließlich positive Zusammenhänge zwischen den Kompetenzen, besonders stark innerhalb der mathematischen Teilkompetenzen (Tab. 3).

Tabelle 3: Korrelationsmatrix der diagnostizierten Teilkompetenzen in den Bereichen Mathematik (M) und Leseverständnis (LV)

	mathematisch relevante Zahlen (M)	Übersetzen in Operation (M)	mathematisch bedeutsame Wörter (M)	Ergebnisinterpretation (M)	Bedeutung Zahl(en) (LV)	Bedeutung Zahlzusammenhänge (LV)	mathematisch bedeutsame Wörter im Kontext (LV)	Gesamt-situation (LV)
mathematisch relevante Zahlen (M)								
Übersetzen in Operation (M)	0.91							
mathematisch bedeutsame Wörter (M)	0.84	0.85						
Ergebnisinterpretation (M)	0.73	0.72	0.63					
Bedeutung Zahl(en) (LV)	0.62	0.62	0.63	0.57				
Bedeutung Zahlzusammenhänge (LV)	0.68	0.66	0.71	0.54	0.74			
mathematisch bedeutsame Wörter im Kontext (LV)	0.67	0.65	0.63	0.57	0.63	0.71		
Gesamt-situation (LV)	0.59	0.58	0.62	0.56	0.74	0.89	0.61	

Korrelationen nach Pearson, für alle  $r$  gilt  $p < .001$ . Die Korrelationen basieren auf den Summenscores der Kompetenzen.

Die Korrelation zwischen *mathematisch relevanten Zahlen (M)* und *mathematisch gehaltvollen Wörtern (M)* zeigt einen hohen, positiven Zusammenhang. Noch stärker ist der Zusammenhang zwischen *mathematisch gehaltvollen Wörtern (M)* und dem *Übersetzen in Operationen (M)*. Die höchste positive Korrelation besteht zwischen *mathematisch relevanten Zahlen (M)* und dem *Übersetzen in Operationen (M)*. Auf der Ebene des Leseverständnisses besteht der größte Zusammenhang zwischen der *Bedeutung von Zahlzusammenhängen (LV)* und *mathematisch gehaltvollen Wörtern im Kontext (LV)*. Dieses Ergebnis ist erwartbar, da Zahlzusammenhänge in Textaufgaben oft durch mathematisch gehaltvolle Wörter ausgedrückt werden.

Die Korrelationsmatrix zeigt, dass das Verständnis mathematisch gehaltvoller Wörter sowohl im Kontext als auch mathematisch in engem Zusammenhang mit anderen Kompetenzen im Bearbeitungsprozess von Textaufgaben steht. Dieses Er-

gebnis bestätigt bereits vorliegende Befunde und unterstreicht die Notwendigkeit, insbesondere mathematisch gehaltvolle Wörter in der Bearbeitung multiplikativer Textaufgaben zu identifizieren und zu verstehen.

### 2.3 Lernprozess- und Kompetenzverläufe und Verstehenschwierigkeiten (F3)

Einzelfallanalysen mit 15 Lernenden zeigen, dass durch die Arbeit mit der Förderkartei relevante Teilkompetenzen zum Bearbeiten von multiplikativen Textaufgaben unterstützt werden können. Um einen Einblick zu geben, wird exemplarisch der Lernverlauf des Schülers Kilian (Name anonymisiert, 5. Klasse, Gesamtschule) vorgestellt. Kilians Vortests zeigten ein unterdurchschnittliches Leseverständnis und ein noch unzureichendes Operationsverständnis der Multiplikation. Im Diagnostiktest erreichte er etwa ein Drittel der Gesamtpunktzahl, mit großen Schwierigkeiten im mathematischen Bereich. Eine einfache Textaufgabe (monatlicher Kauf einer Zeitschrift für 4 Euro über ein Jahr) löste er durch Addition:  $12 + 4$ . Schwierigkeiten traten auch beim Darstellungswechsel zum Zahlenstrahl auf. In Textaufgaben mit irrelevanten Informationen hatte er Probleme, die relevanten Zahlen zu identifizieren. Bei den Leseverständnis Kompetenzen schnitt Kilian etwas besser ab, aber sein Textverständnis blieb ausbaufähig. Unsicherheiten zeigten sich beim Erfassen der Bedeutung der Wörter ‚jeweils‘, ‚je‘ und ‚pro‘ im Kontext (60 % richtig) und bei der Bedeutung der Zahl im Kontext (30 % richtig). Kilian gehört damit zu einer Teilgruppe von Kindern, die auf kontextueller und mathematischer Ebene Förderbedarf aufweisen.

Er nahm an sechs Fördersitzungen teil. In den ersten beiden Sitzungen wurden das Textverstehen und die Bearbeitung sprachlich anspruchsvoller Textaufgaben gefördert. Eine Aufgabe war: *Olivia feiert ihren Geburtstag und kauft hierfür Eispackungen im Supermarkt. Es gibt Milcheis und Wassereis. In jeder Eispackung sind sechs Eis. Sie kauft vier Milcheispackungen mit Nüssen und nochmal gleich viele Packungen ohne Nüsse. Jede Eispackung im Supermarkt kostet drei Euro. Olivias Freunde mögen lieber Wassereis. Olivia kauft hiervon noch zwei Eispackungen dazu.*

Kilian erstellte folgende bildliche Darstellung zu der Frage „Wie viele Eis kauft Olivia insgesamt?“ (Abb. 3).

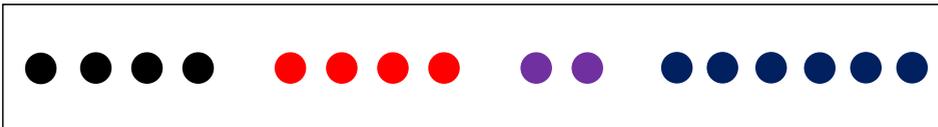


Abbildung 3: Kilians bildliche Darstellung zur multiplikativen Textaufgabe in Fördersitzung 2 (nachgestellt)

Seine Darstellung zeigt, dass er die Zahlen gebündelt durch Punkte darstellt, ohne zwischen Eispackungen und einzelnen Eis zu unterscheiden. Bedingt ist dies vermutlich durch die Interpretation des Wortes ‚jeder‘. Gestützt wird diese Vermutung durch die notierte Rechnung:  $4 + 4 + 2 + 6 = 16$ , die einen additiven statt eines multiplikativen Zusammenhangs zeigt.

Anhand einer fiktiven Lösung wurde mit Kilian eine mögliche multiplikative Darstellung sowie die Bedeutung des Ausdrucks ‚in jeder Packung‘ in Form eines Punktbildes erarbeitet (Abb. 4). Hierbei wurde die Bedeutung der Spalten- sowie Zeilenanzahl in Bezug zur fiktiven Rechnung  $10 \cdot 6$  gebracht und das Ergebnis 60 inhaltlich interpretiert.

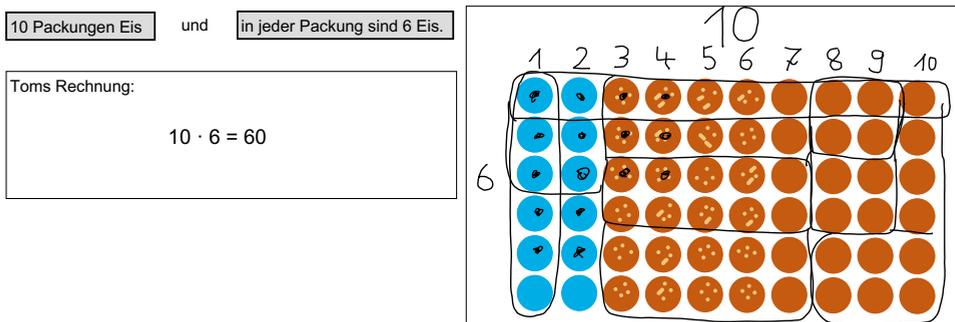


Abbildung 4: Fiktive Lösung des Schülers Tom (nachgestellt)

Anknüpfend an diese Aufgabe überarbeitete Kilian seine eigene Rechnung, indem er zehn Mal die sechs addierte. Es wird deutlich, dass er die Multiplikation als wiederholte Addition versteht. In den ersten drei Fördersitzungen zeigte sich, dass sprachlich komplexe Textaufgaben für Kilian herausfordernd zu sein scheinen. Allerdings wurde er sicherer im Umgang mit den Bearbeitungshilfen zum Textverständnis. In der vierten Sitzung wurde das Erfassen relevanter Zahlen und das Übersetzen mathematischer Beziehungen in bildliche Darstellungen geübt. Er bekam die Aufgabe, folgende Textaufgabe bildlich darzustellen: *Eis kann einzeln und in Packungen gekauft werden. Eine Packung enthält mehrere Eis. Nico kauft für seine Familie vier einzelne Eis. Seine Freundin Sarah besorgt acht Packungen mit je zwölf Eis für ihren Geburtstag. Wie viel Eis kauft Sarah insgesamt?* Er erkannte die relevanten Informationen ‚acht Packungen‘ und ‚je zwölf Eis‘ und schrieb diese auf Karten (Tab. 4).

Tabelle 4: Transkribierter Ausschnitt aus der dritten Fördersitzung mit dem Schüler Kilian

5	I	Wenn du die beiden Karten hast und dir anguckst, hast du eine Idee, wie du dann ein Bild dazu zeichnen kannst?
6	K	Nein, ich mache einfach zwölf Eis ... Also zwölf Eis in jeder Packung.
7	I	Okay, wie kannst du denn die Packungen zeichnen?
8	K	Einfach Packungen.
9	I	Okay, aber in <u>jeder</u> Packung sind ja zwölf Eis.
10	K	Ja. Also acht Packungen. <i>(Kilian fängt an zu zeichnen. Er zeichnet acht Rechtecke: Drei Rechtecke in die 1. Reihe, drei Rechtecke in die 2. Reihe, zwei Rechtecke in die 3. Reihe)</i> Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht.
11	K	<i>(Kilian beginnt in dem Rechteck oben links und zeichnet zwölf Striche in ein Rechteck.)</i> Das soll aus Spiel Eis sein, okay? <i>(Er zeigt auf die Striche, die er in die Packung gemalt hat.)</i>
12	I	Ja, ist gut. Ja, klar. Das ist gut.
13	K	<i>(Kilian zeichnet auch in die weiteren Packungen von links oben nach rechts unten immer zwölf Striche. Er zählt dabei flüsternd mit.)</i> Okay.

Wie das Transkript zeigt, gelingt es Kilian, die zwölf Eis in Beziehung zu den Packungen zu setzen und die multiplikative Beziehung aus der Textaufgabe inhaltlich zu interpretieren. Im Gegensatz zur sprachlichen Reihenfolge des Benennens des Multiplikanden und des Multiplikators zeichnet er zuerst die Packungen als Rechtecke und dann die Elemente in einer Packung. Es entsteht ein schematisches Lösungsbild (Hegarty & Kozhevnikov, 1999) (Abb. 5).

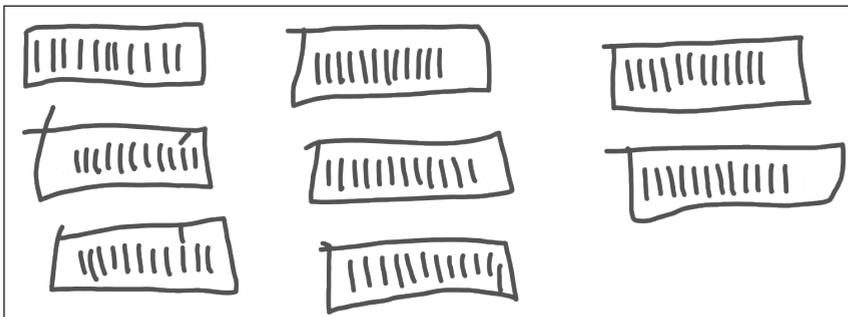


Abbildung 5: Kilians bildliche Darstellung (nachgestellt)

Sein Lernprozess zeigt, dass er sich vom beziehungslosen Darstellen einzelner Zahlen lösen konnte. Er hat gelernt, relevante von irrelevanten Informationen zu unterscheiden und die multiplikative Beziehung in der Textaufgabe, ausgedrückt durch das Wort ‚je/‘jeder‘ zu versprachlichen und in eine bildliche Darstellung zu übersetzen. In den letzten beiden Fördersitzungen wurden die erworbenen Kompetenzen auf andere Sachkontexte übertragen, um das Gelernte zu festigen. Kilian kann jetzt vorgegebene, durch Punktebilder unterstützte Lösungen mathematisch interpretieren, hat jedoch weiterhin Schwierigkeiten beim selbstständigen Übersetzen in pas-

sende bildliche Darstellungen. Die Interpretation mathematisch gehaltvoller Wörter gelingt ihm besser auf inhaltlicher Ebene, während die multiplikative Bedeutung auf mathematischer Ebene weiterer Förderung bedarf.

Ähnliche Lernprozesse werden bei anderen Kindern beobachtet. Für eine nachhaltige Sicherung und Erweiterung der Kompetenzen sind ergänzend zu den hier dokumentierten sechs Fördersitzungen weitere Sitzungen nötig. Das Beispiel aber zeigt, dass und wie erste grundlegende Zusammenhänge zwischen kontextuellen und mathematischen Kompetenzen bei der Bearbeitung von Textaufgaben mit Hilfe der Fördermaterialien erarbeitet werden können. Kilians Lernverlauf lässt erkennen, dass das Erfassen des Wortes ‚je/‘jeder‘ im Kontext im Zusammenhang mit dem Erfassen der mathematischen Bedeutung dieses Wortes steht. Dies hängt wiederum mit dem Übersetzen der inhaltlichen Zusammenhänge in die mathematisch passende Operation zusammen.

### 3. Konklusion und Ausblick

Das entwickelte und erprobte ForMeL-Konzept trägt zur detaillierten Diagnose verschiedener Kompetenzen bei, die für die Bearbeitung multiplikativer Textaufgaben benötigt werden, und unterstützt mit der anschließenden Förderkartei das passgenaue Anknüpfen an die individuellen Lernvoraussetzungen der Lernenden (Abschnitt 2.1). Das ForMeL-Konzept leistet damit einen wertvollen Beitrag zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht und zur Förderung inklusiver schulischer Bildung. Die Ergebnisse des Diagnostiktests liefern wichtige Erkenntnisse zu den Kompetenzzusammenhängen, die für die Bearbeitung multiplikativer Textaufgaben notwendig sind. Es wurden signifikante Zusammenhänge zwischen mathematischen und kontextuellen Kompetenzen aufgezeigt (Abschnitt 2.2). Die individuellen Lernverläufe, die in den Fördersitzungen dokumentiert wurden, zeigen, dass die Lernenden durch die Arbeit mit der Förderkartei ihre Kompetenzen im Bearbeitungsprozess weiterentwickeln. Für intensive Fortschritte ist jedoch ein längerer Förderzeitraum einzuplanen (Abschnitt 2.3).

Für den praxistauglichen Einsatz wird die analoge Förderkartei aktuell digitalisiert. Die vielseitigen Lernprozesse von Lernenden erfordern eine hohe Adaptivität der Materialien, die in digitaler Form praxisfreundlicher und flexibler umsetzbar ist. Eine digitale Version der Kartei wird die Umsetzung individueller Lernpfade erleichtern und eine genaue Anpassung zwischen Diagnose und Förderung ermöglichen. Zudem bietet sie weitere Vorteile für den inklusiven Unterricht, z. B. Vorlesefunktionen und Zoomoptionen für Darstellungen. Diese Funktionen können den Arbeitsaufwand für Lehrkräfte und Lernende verringern, z. B. in Form von automatisch ausgewerteten Ergebnissen und der Zuweisung passender Anschlussaufgaben im Verlauf der Förderung. Im Jahr 2025, so der aktuelle Plan, werden die Materialien öffentlich zugänglich zur Verfügung gestellt.

## Literatur

- Dröse, J. (2019). *Textaufgaben lesen und verstehen lernen. Entwicklungsforschungsstudie zur mathematikspezifischen Leseverständnisförderung*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-27850-2>
- Fricke, A. (1987). *Sachrechnen: das Lösen angewandter Aufgaben*. Klett.
- Galbraith, W. & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockages during Transitions in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 2(38), 143–162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>
- Hegarty, M. & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual–spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 684–689. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684>
- Heine, L., Domenech, M., Otto, L., Neumann, A., Krelle, M., Leiss, D., Höttecke, D., Ehmke, T. & Schwippert, K. (2018). Modellierung sprachlicher Anforderungen in Testaufgaben verschiedener Unterrichtsfächer: Theoretische und empirische Grundlagen. *Zeitschrift für Angewandte Linguistik*, 69(1), 69–96. <https://doi.org/10.1515/zfal-2018-0017>
- Hußmann, S. & Selter, C. (2013). Das Projekt DortMINT. In S. Hußmann & C. Selter (Hrsg.), *Diagnose und individuelle Förderung in der MINT-Lehrerbildung. Das Projekt dortMINT* (S. 15–27). Waxmann. [https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx\\_p2waxmann\\_pi2%5bbuchnr%5d=2861&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5baction%5d=show](https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx_p2waxmann_pi2%5bbuchnr%5d=2861&tx_p2waxmann_pi2%5baction%5d=show)
- Hußmann, S., Thiele, J., Hinz, R., Prediger, S. & Ralle, B. (2013). Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In M. Komorek & S. Prediger (Hrsg.), *Der lange Weg zum Unterrichtsdesign: Zur Begründung und Umsetzung genuin fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme* (S. 25–42). Waxmann. [https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx\\_p2waxmann\\_pi2%5bbuchnr%5d=2943&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5baction%5d=show](https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx_p2waxmann_pi2%5bbuchnr%5d=2943&tx_p2waxmann_pi2%5baction%5d=show)
- Lenhard, A., Lenhard, W. & Schneider, W. (2017). *Ein Leseverständnistest für Erst- bis Siebtklässler (ELFE II)* (1. Auflage). Hogrefe. <https://www.hogrefe.com/de/shop/ein-leseverstaendnistest-fuer-erst-bis-siebtklaessler-version-ii.html>
- Lütje-Klose, B. & Neumann, P. (2018). Professionalisierung für eine inklusive Schule. In B. Lütje-Klose, T. Riecke-Baulecke & R. Werning (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Inklusion in Schule und Unterricht. Grundlagen in der Sonderpädagogik* (S. 129–151). Klett und Kallmeyer. <https://www.friedrich-verlag.de/shop/basiswissen-lehrerbildung-inklusion-in-schule-und-unterricht-31156>
- Mann Koepke, K. & Miller, B. (2013). At the Intersection of Math and Reading Disabilities: Introduction to the Special Issue. *Journal of Learning Disabilities*, 46(6), 483–489. <https://doi.org/10.1177/0022219413498200>
- McElvany, N., Lorenz, R., Frey, A., Goldhammer, F., Schilcher, A. & Stubbe, T. C. (Hrsg.). (2023). *IGLU 2021: Lesekompetenz von Grundschulkindern im internationalen Vergleich und im Trend über 20 Jahre*. <https://doi.org/10.31244/9783830997009>
- Morek, M. & Heller, V. (2012). Bildungssprache – Kommunikative, epistemische, soziale und interaktive Aspekte ihres Gebrauchs. *Zeitschrift für angewandte Linguistik*, 57, 67–101. <https://doi.org/10.1515/zfal-2012-0011>
- Moser Opitz, E. & Nührenbörger, M. (2023). Diagnose und Förderung. In R. Bruder, A. Bücher, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (2. Auflage, S. 597–618). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3>
- Niederhaus, C., Pöhler, B. & Prediger, S. (2016). Relevante Sprachmittel für mathematische Textaufgaben – Korpuslinguistische Annäherung am Beispiel Prozentrechnung. In E. Tschirner, O. Bärenfänger & J. Möhring (Hrsg.), *Deutsch als fremde Bildungssprache: Das*

- Spannungsfeld von Fachwissen, sprachlicher Kompetenz, Diagnostik und Didaktik* (S. 135–162). Stauffenburg. <https://www.stauffenburg.de/asp/books.asp?id=1353#top>
- Prediger, S., Kuzu, T., Schüler-Meyer, A. & Wagner, J. (2019). One mind, two languages – separate conceptualisations? A case study of students' bilingual modes for dealing with language-related conceptualisations of fractions. *Research in Mathematics Education*, 21(2), 188–207. <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1602561>
- Prediger, S., Leuders, T., Barzel, B. & Hußmann, S. (2013). Anknüpfen, Erkunden, Ordnen, Vertiefen – Ein Modell zur Strukturierung von Design und Unterrichtshandeln. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 04.03.2013 bis 08.03.2013 in Münster* (Bd. 2, S. 769–772). WTM. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-6538>
- Russer, K. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F. E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 141–155). Psychologie Verlags Union.
- Schley, D. R. & Fujita, K. (2014). Seeing the math in the story: On how abstraction promotes performance on mathematical word problems. *Social Psychological and Personality Science*, 5(8), 953–961. <https://doi.org/10.1177/1948550614539519>
- Selter, C., Prediger, S., Nührenböcker, M. & Hußmann, S. (Hrsg.) (2014). *Mathe sicher können – Natürliche Zahlen*. Handreichungen. Cornelsen. <https://www.cornelsen.de/produkte/mathe-sicher-koennen-foerderbausteine-natuerliche-zahlen-handreichungen-fuer-eindiagnose-und-foerderkonzept-5-6-schuljahr-9783060049011>
- Selter, C., Walter, D., Heinze, A., Brandt, J. & Jentsch, A. (2020). Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In K. Schwipfert, D. Kasper, O. Köller, N. McElvany, C. Selter, M. Steffensky & H. Wendt (Hrsg.), *TIMSS 2019: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern im internationalen Vergleich* (S. 57–113). Waxmann. [https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?no\\_cache=1&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5Bbuch%5D=BUC127336&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5Baction%5D=show&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5Bcontroller%5D=Buch&cHash=b3c277071a80e374b56d5acf5e301d1e](https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?no_cache=1&tx_p2waxmann_pi2%5Bbuch%5D=BUC127336&tx_p2waxmann_pi2%5Baction%5D=show&tx_p2waxmann_pi2%5Bcontroller%5D=Buch&cHash=b3c277071a80e374b56d5acf5e301d1e)
- Stephany, S. (2018). *Sprache und mathematische Textaufgaben. Eine empirische Untersuchung zu leser- und textseitigen sprachlichen Einflussfaktoren auf den Lösungsprozess*. Waxmann. [https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx\\_p2waxmann\\_pi2%5bbuchnr%5d=3762&tx\\_p2waxmann\\_pi2%5baction%5d=show](https://www.waxmann.com/waxmann-buecher/?tx_p2waxmann_pi2%5bbuchnr%5d=3762&tx_p2waxmann_pi2%5baction%5d=show)
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 211–213. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1004190927303>
- Wilhelm, N. (2016). *Zusammenhänge zwischen Sprachkompetenz und Bearbeitung mathematischer Textaufgaben: Quantitative und qualitative Analysen sprachlicher und konzeptueller Hürden*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-13736-6>